- Wochenaufgaben 26 -

Aufgabe 1: *Berechne den Wert des Terms.*

a) $\frac{5}{6} \cdot \frac{8}{3} \cdot \frac{4}{5} =$ *b)* $\frac{7}{4} : \frac{5}{3} \cdot \frac{9}{8} =$

c) $\frac{3}{7} : \frac{6}{5} - \frac{5}{3} =$ *d)* $\frac{2}{9} \cdot \left(\frac{5}{4} - \frac{3}{8}\right) =$

e) $\left(\frac{5}{3} - \frac{9}{4}\right) : \left(\frac{3}{5} + 2\right) =$ *f)* $\frac{6}{7} : \left(\frac{5}{9} - \frac{7}{6}\right) : 3 =$

Aufgabe 2: *Zeige, dass der Vektor* $\begin{pmatrix} 5 \\ -8 \\ -1 \end{pmatrix}$ *eine Linearkombination der Vektoren* $\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ *und* $\begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ *ist.*

Aufgabe 3: *Erstelle eine vollständige Kurvendiskussion zur Funktion* $f(x) = \frac{2}{5}x^4 - \frac{9}{8}x^3$.

Aufgabe 4: *Löse das lineare Gleichungssystem.*

a) $x + 5y = 8 \ \wedge \ 12 = 4y - 3x$ *b)* $5a = 3 - 9b \ \wedge \ 6b - 4a = 12$

Aufgabe 5: *Nach dem exponentiellen Zerfallsgesetz gilt* $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$, *wobei* N_0 *die Anfangsstoffmenge,* t *die Zeit,* $\lambda = \frac{\ln 2}{\tau}$ *die Zerfallsrate und* τ *die Halbwertszeit ist. Berechne die Halbwertszeit eines unbekannten Stoffes, wenn nach* 12*min nur noch* 28% *des Stoffes im Vergleich um Anfang vorhanden sind.*

- Wochenaufgaben 25 - Lösungen -

Aufgabe 1: *Löse die Gleichungen nach x auf.*

a) $3x^2 - 12x = 9 \quad | : 3$

$x^2 - 4x = 3 \quad |+4$

$x^2 - 4x + 4 = 7$

$(x-2)^2 = 7$

$x_{1,2} - 2 = \pm\sqrt{7} \quad |+2$

$x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{7}$

b) $\dfrac{4}{3-5x} = \dfrac{3}{6x-5} \quad |^{-1}$

$\dfrac{3-5x}{4} = \dfrac{6x-5}{3} \quad |\cdot 12$

$9 - 15x = 24x - 20 \quad |+20$

$29 - 15x = 24x \quad |+15x$

$29 = 39x \quad |: 39$

$\dfrac{29}{39} = x$

c) $\dfrac{\sin(32°)}{4} = \dfrac{\sin(x)}{7} \quad |\cdot 7$

$\dfrac{7\sin(32°)}{4} = \sin(x) \quad |\arcsin()$

$\arcsin\left(\dfrac{7\sin(32°)}{4}\right) = x$

d) $\log_4(2x+3) = 2$

$2x + 3 = 4^2 \quad |-3$

$2x = 13 \quad |: 2$

$x = \dfrac{13}{2}$

e) $600 = 450 \cdot 1,015^x \quad |: 450$

$\dfrac{4}{3} = 1,015^x$

$\log_{1,015}\left(\dfrac{4}{3}\right) = x$

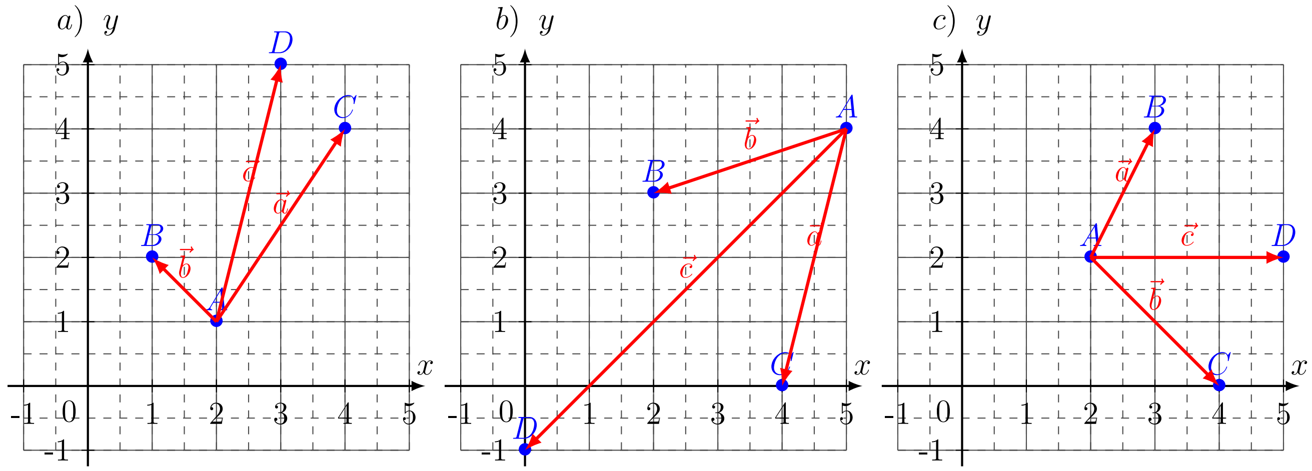
f) $\pi = e^{2x-4}$

$\ln(\pi) = 2x - 4 \quad |+4$

$\ln(\pi) + 4 = 2x \quad |: 2$

$\dfrac{1}{2}\ln(\pi) + 2 = x$

Aufgabe 2: *Gib die dargestellten zweidimensionalen Vektoren an und addiere diese. Zeichne den resultierenden Vektor ein, wenn dieser am Punkt A anliegt.*



a) $\vec{b} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\vec{a} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$

b) $\vec{b} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix}$

$\vec{a} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -3 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$

c) $\vec{b} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\vec{a} = \overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$

Aufgabe 3: *Berechne die Gleichung der Wendetangente der Funktion* $f(x) = -\frac{3}{8}x^6 - \frac{2}{5}x^3$.

$$
\begin{aligned}
f(x) &= -\frac{3}{8}x^6 - \frac{2}{5}x^3 \\
f'(x) &= -\frac{9}{4}x^5 - \frac{6}{5}x^2 \\
f''(x) \stackrel{!}{=} 0 &= -9x^4 - \frac{12}{5}x \\
0 &= \left(-9x^3 - \frac{12}{5}\right)x \quad \Rightarrow \quad x_1 = 0 \ \text{ Sattelpunkt} \\
0 &= -9x^3 - \frac{12}{5} \qquad \left| + \frac{12}{5} \right. \\
\frac{12}{5} &= -9x^3 \qquad |: (-9) \\
-\frac{12}{45} &= x^3 \\
-\sqrt[3]{\frac{12}{45}} &= x_2 \\
f'''(x) &= -36x^3 - \frac{12}{5} \\
f'''\left(-\sqrt[3]{\frac{12}{45}}\right) &= -36\left(-\sqrt[3]{\frac{12}{45}}\right)^3 - \frac{12}{5} = \frac{36}{5} \neq 0 \\
f\left(-\sqrt[3]{\frac{12}{45}}\right) &= -\frac{2}{15} \\
f'\left(-\sqrt[3]{\frac{12}{45}}\right) &= -\frac{6}{25}\sqrt[3]{30} \\
-\frac{2}{15} &= -\frac{6}{25}\sqrt[3]{30}\left(-\sqrt[3]{\frac{12}{45}}\right) + b \quad \Rightarrow \quad b = -\frac{46}{75} \\
t(x) &= -\frac{6}{25}\sqrt[3]{30}x - \frac{46}{75}
\end{aligned}
$$

Aufgabe 4: *Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass beim Würfeln mit einem achtseitigen Würfel nach drei Mal würfeln alle Zahlen kleiner als* 3 *sind.*

Es gibt zwei Zahlen auf einem achtseitigen Würfel, die kleiner als drei sind.

$$\frac{2}{8} \cdot \frac{2}{8} \cdot \frac{2}{8} = \left(\frac{2}{8}\right)^3 = \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{64} = 1,5625\%$$

Aufgabe 5: *Vereinfache den Term so weit wie möglich.*

a) $r^3r^4r^2 = r^{3+4+2} = r^9$

b) $\dfrac{s^4s^5}{s^6} = s^{4+5-6} = r^3$

c) $\left(z^3\right)^{2^3} = \left(z^3\right)^8 = z^{3\cdot 8} = z^{24}$

d) $\sqrt[6]{c^4}^3 = c^{4\cdot 3\cdot \frac{1}{6}} = c^2$

e) $\left(\dfrac{r^4}{z^3}\right)^2 : \left(\dfrac{z}{r^2}\right)^3 = \dfrac{r^{4\cdot 2}}{z^{3\cdot 2}} : \dfrac{z^3}{r^{2\cdot 3}} = \dfrac{r^8}{z^6} \cdot \dfrac{r^6}{z^3} = \dfrac{r^{14}}{z^9}$

f) $\sqrt[4]{\left(\dfrac{n^3}{n^5}\right)^{-2}} = \sqrt[4]{\left(n^{-2}\right)^{-2}} = s^{-2\cdot(-2)\cdot\frac{1}{4}} = s$